

Huygens kolliderande klot

Sören Holst

På hösten 1668 tar The Royal Society of London initiativ till en diskussion om de naturlagar som styr kollisioner mellan kroppar. En av dem som tar sig an frågan är den holländske fysikern och matematikern Christiaan Huygens (1629 – 1695), och han gör det med hjälp av ett tankeexperiment.

Huygens utgår från en symmetrisk kollision som äger rum ombord på en liten båt. En man står i båten och håller två lika stora klotformade tyngder i var sitt snöre. Tyngderna hänger stilla rakt under hans händer – en tyngd under var hand – och från början håller han dem långt åtskilda. Så för han långsamt ihop tyngderna genom att röra händerna mot varandra. Kloten kolliderar och rör sig därefter isär med samma fart som innan. Mannen låter sina händer följa med i tyngdernas rörelse under hela förloppet.



Båten som befinner i en flod rör sig i själva verket långsamt nedströms intill strandkanten. Detta, antar Huygens, påverkar inte kollisionen ombord på båten, åtminstone inte så länge den rör sig med jämn fart utan att kränga eller gunga.

En annan man står och betraktar förloppet invid flodkanten. Hur ter sig kollisionen ombord på båten enligt honom? Huygens tänker sig att båten inte är längre ut från stranden än att mannen som står där kan sträcka ut sina händer och vidröra båtmannens händer. Han kan även låta sina egna händer följa med i rörelsen under kollisionsexperimentet; det hade lika gärna kunnat vara mannen på stranden som höll uppe tyngderna i snörena.

Huygens föreställer sig först att båten rör sig nedför floden med samma fart som mannen ombord för samman kloten med. Det betyder att båtmannens ena hand – den som befinner sig närmast båtens för – faktiskt kommer att vara stilla i förhållande till stranden före kollisionen. Efter kollisionen när tyngderna rör sig från varandra är det i stället den andra handen – den närmast aktern – som är stilla sett från stranden. Med andra ord, den tyngd som före respektive efter kollisionen rör sig *mot* båtens färdriktning står stilla i förhållande till stranden. Den tyngd som däremot rör sig *med* båtens färdriktning kommer att röra sig med dubbla båtens fart i förhållande till stranden. Mannen som står på stranden och följer tyngderna med händerna håller alltså sin främre hand stilla före kollisionen, medan han måste röra den andra handen dubbelt så fort som båten. Efter kollisionen råder det omvända förhållandet: den bakre handen är stilla medan den främre rör sig med dubbla farten.

Detta visar utfallet av en elastisk kollision mellan två likadana kroppar där den ena är stilla från början. Kropparna “byter hastigheter” med varandra: den kropp som kommer farande stannar upp i

kollisionen, medan den stillastående kroppen erhåller den kolliderande kroppens hastighet.

Det kritiska antagandet i tankeexperimentet är att kollisioners utfall är oberoende av om de äger rum på land eller ombord på en båt som rör sig med jämn fart. Att så är fallet följer ur relativitetsprincipen, formulerad av Galileo några decennier tidigare. Strategin som Huygens använder sig av är typisk för tankeexperiment som utnyttjar denna princip: en och samma situation betraktas ur två olika referenssystem, i detta fall stranden respektive båten.

Huygens låter sig dock inte nöjas med att ha funnit vad som händer om en kropp kommer farande och kolliderar med en likadan kropp i vila. Han vill veta vad som händer också i fall då båda kropparna rör sig före kollisionen, och med olika fart. Genom att betrakta den symmetriska kollisionen ur ett *godtyckligt* referenssystem – d.v.s. genom att låta båten i tankeexperimentet röra sig med vilken fart som helst i förhållande till stranden – kan Huygens beskriva utfallet av sådana mer allmänna fall. Resultatet är att två likadana kroppar som kolliderar elastiskt (och centrerat) byter hastigheter med varandra.¹

Huygens tar faktiskt resonemanget ytterligare ett steg och drar en del slutsatser även när det gäller kroppar med olika massa. Han finner exempelvis att den relativa hastigheten mellan två kroppar alltid förblir oförändrad i en centrerad och elastisk kollision mellan dem. Dessa resonemang är dock mer omständliga, och i stället ska vi se hur Huygens metod kan tillämpas i ett speciellt intressant fall: en elastisk frontalkollision mellan två väldigt olika tunga kroppar.

Säg alltså att vi har två bollar: en stor och tung samt en liten och lätt. Vi föreställer oss att den stora bollen är så mycket tyngre än den mindre att den knappt påverkas när den mindre bollen studsar mot den. För enkelhetens skull ska vi anta att den inte påverkas alls. Ett fall där detta antagande är befogat är om den ena bollen är en fotboll och den andra jordklotet. Ett fall där antagandet åtminstone utgör en hyfsad approximation är om den ena bollen är en tennisboll och den andra en basketboll: om en tennisboll kastas mot en basketboll börjar den senare visserligen att röra sig något, men försumbart jämfört med tennisbollens fart.

Antag också att bollarna studsar fullständigt elastiskt mot varandra. Det innebär exempelvis att när vi kastar den mindre bollen på den större, så kommer den tillbaka med precis samma fart (förutsatt att den större bollen kan antas opåverkad). Även detta gäller ganska väl för en tennisboll och en välpumpad basketboll.

Låt oss nu fråga oss vad som händer då en tennisboll och en basketboll kommer farande mot varandra med samma fart och krockar. Hur rör sig bollarna efter en sådan "frontal-studs"?

Här kommer Huygens metod väl till pass.

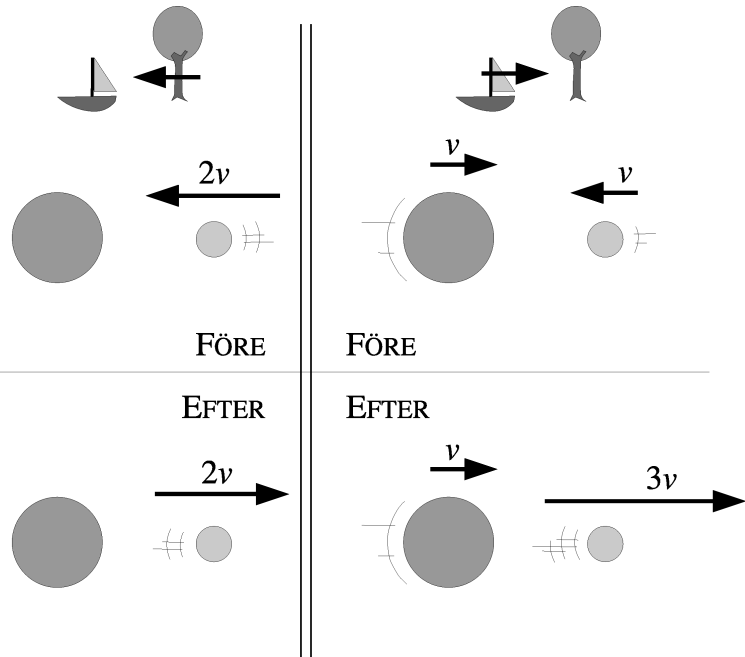
Resonemanget är illustrerat i figuren på nästa sida. Högst upp till höger visas situationen före kollisionen sett ur strandens perspektiv. Här kommer bollarna farande mot varandra, båda med farten v .

1 Det inelastiska fallet hanterades vid samma tid av den engelske matematikern John Wallis.

Men personen i båten, som vi antar rör sig åt höger med samma fart v , uppfattar något annat: basketbollen befinner sig i vila medan tennisbollen kommer farande mot den åt vänster med farten $2v$ (bilden uppe till vänster). Men i detta fall vet vi vad som händer i kollisionen – tennisbollen studsar tillbaka med samma fart $2v$ (bilden nere till vänster). Detta har vi ju redan antagit gäller för bollarna. Det återstår bara att översätta hela förloppet till strandperspektivet. Eftersom stranden, sedd från båten, glider förbi åt vänster med farten v , måste personen som står där uppfatta att båda bollarna får en extra fart v åt höger, jämfört med vad personen i båten uppfattar. Alltså: basketbollen rör sig med v åt höger, medan tennisbollen rör sig med $3v$ åt höger (bilden nere till höger).

Så när en basketboll och en tennisboll studsar mot varandra i en frontal-kollision, så kommer tennisbollen studsa tillbaka med en fart som är tre gånger så stor som utgångsfarten!

Det finns ett effektivt sätt att demonstrera detta: håll en tennisboll någon decimeter ovanför en basketboll och släpp bollarna samtidigt från någon meters höjd. Efter att basketbollen har studsat och vänt uppåt är tennisbollen fortfarande på väg nedåt. Därmed erhålls utgångssituationen i den betraktade kollisionen, men i vertikal led: bollarna kommer farande mot varandra med samma fart. Resultatet blir att tennisbollen sprätter iväg uppåt med överraskande hög fart.²



När man ser detta experiment utföras ligger det inte särskilt nära till hands att tänka på relativitetsprincipen. Påståendet att det inte finns någon absolut vila – att all rörelse med oförändrad hastighet är likvärdig – verkar inte ha mycket att göra med tennisbollens oväntade katapultfärd uppåt. Ändå visar tankeexperimentet att just detta utfall är en nödvändig följd av just relativitetsprincipen. En värld där bollar *inte* beter sig på detta sätt men där relativitetsprincipen ändå gäller är helt enkelt inte möjlig.

Relativitetsprincipen har mer långtgående följder än vad vi intuitivt föreställer oss. Tankeexperiment är det ideala verktyget för att påvisa sådana oanade konsekvenser av teoretiska principer.

2 I ett idealt experiment – d.v.s. ett där både basketbollens studs mot marken och de båda bollarnas studs mot varandra kan anses vara fullständigt elastiska – så skulle tennisbollen efter att den träffat basketbollen nå upp till en höjd nio gånger så stor som den varifrån bollarna släpptes. Detta eftersom höjden går som hastigheten i kvadrat (när rörelseenergi övergår i lägesenergi).